

# Implementasi Pengolahan Paralel Pola Williamson Array dalam Pembangunan Matriks skew-Hadamard

## *Parallel Programming Implementation of Williamson Array to Calculate skew-Hadamard Matrices*

Yustina Sri Suharini<sup>1\*</sup>, Melani Indriasari<sup>2</sup>

<sup>1,2</sup> Program Studi Informatika Institut Teknologi Indonesia  
Jl. Raya Puspiptek, Serpong  
Tangerang Selatan, Banten 15320

(Diterima: 20 Desember 2013; Disetujui: 30 Mei 2014)

### ABSTRAK

*Penelitian tentang matriks Hadamard sudah dilakukan oleh para peneliti sejak 156 tahun lalu, namun hingga kini masih menjadi topik yang menarik untuk dikaji. Cakupannya yang luas dan perannya yang mendasar bagi bidang lain menyebabkan pencarian terhadap matriks Hadamard dengan ukuran yang lebih tinggi masih terus dilakukan. Penelitian ini merupakan sebuah tahap awal di bidang kalkulasi matriks Hadamard, khususnya salah satu pola matriks skew-Hadamard. Tujuan penelitian adalah mengimplementasikan paradigma pemrograman paralel yang dapat melakukan kalkulasi terhadap salah satu pola matriks tersebut. Metodologi yang digunakan adalah metodologi pengembangan perangkat lunak dengan model proses prototyping, dilanjutkan dengan analisis hasil kalkulasi. Luaran penelitian berupa prototipe program paralel yang bisa dieksekusi pada beberapa komputer yang saling terhubung yang dianggap sebagai satu kesatuan sistem komputer paralel sederhana. Prototipe yang dikembangkan memberikan hasil eksekusi berupa 4 kemungkinan susunan matriks berukuran 3x3, 13 kemungkinan susunan matriks berukuran 5x5, dan 66 kemungkinan susunan matriks berukuran 7x7 untuk menghasilkan matriks skew-Hadamard berukuran masing-masing 12x12, 20x20, dan 28x28. Penelitian dilakukan dengan bantuan dana Penelitian Dosen Pemula (PDP) 2013 Direktorat Jenderal Pendidikan Tinggi (DIKTI) Departemen Pendidikan Nasional (DIKNAS) Republik Indonesia.*

**Kata Kunci :** pemrograman paralel, prototyping, Williamson Array, kalkulasi skew-Hadamard

### ABSTRACT

*Research on Hadamard matrices has been doing since 156 years ago and still attracts many researchers around the world. One of the possible reasons is that research in this area has strong relationship with many other areas, so applications related to it are numerous. This is a preliminary research in Hadamard matrices computation, especially in skew-Hadamard calculation. The aim is to implement parallel programming paradigm into several computers so that they can do action together as a parallel computer. To do this research, we used prototyping model process to develop the software, and then we analyzed the calculation result. Our research outcomes are both the prototype software and also the calculation results. Thanks to the Directorate General of Higher Education of Republic Indonesia (DIKTI) who gives us the funding to do this research by PDP scheme 2013.*

**Key Words :** parallel programming, prototyping, Williamson Array, skew-Hadamard calculation

---

\*Penulis Korespondensi. Telp: +62 21 7561095; fax: +62 21 7560542  
Alamat e-mail : yust235@yahoo.com

## 1. Pendahuluan

Penelitian tentang matriks Hadamard dimulai dari tahun 1867 ketika James Joseph Sylvester (03 September 1814 – 15 Maret 1897) dalam tulisannya menyebutkan hubungan antara matriks Hadamard dengan banyak bidang ilmu lainnya termasuk teori bilangan [Seberry & Yamada 2011]. Beberapa dekade berikutnya, tepatnya tahun 1893, Jacques Salomon Hadamard (08 Desember 1865 – 17 Oktober 1963) menemukan matriks orthogonal beranggota 1 dan -1 berukuran 12 dan 20. Ukuran matriks Hadamard haruslah  $4t$ , dengan  $t$  lebih besar dari nol kecuali untuk  $t=1$  dan  $t=2$ . Dia juga menemukan ketidaksamaan determinan kuadrat selalu lebih kecil atau sama dengan perkalian baris ( $i$ ) dari jumlah kolom ( $j$ ) setiap elemen matriks. Hingga kini penelitian di bidang ini tetap berlangsung, dengan fokus pada pencarian matriks berjumlah elemen yang lebih tinggi dari yang sudah ditemukan sebelumnya [Roderick J. Fletcher, Christos Koukouvinos, & Jennifer Seberry 2004], [Kathy J. Horadam 2007], [Robert Craigen & Hadi Kharaghani 2007]. Para peneliti yang tercatat mulai tahun 1970 hingga sekarang antara lain S.W. Golomb, L. Baumert, Marshall Hall Jr., Jennifer Seberry Wallis, Christos Koukouvinos, Anne Penfold Street, Kathy Horadam, Rob Craigen, Hadi Kharaghani. [Situs nomor 1, 2, 4, 5, 6, dan 7]

Apa pentingnya matriks Hadamard sehingga para peneliti mendedikasikan waktu dan pemikirannya untuk mencari matriks Hadamard? Jawabannya tidak lain adalah karena matriks Hadamard dapat digunakan sebagai dasar bagi banyak aplikasi di berbagai bidang. Beberapa contoh aplikasi yang berdasarkan matriks Hadamard antara lain: sistem telemetri 69 milik NASA yang menggunakan matriks Hadamard berukuran 32 (yaitu  $4 \times 8$ ), jaringan konferensi melalui telepon juga dibangun berdasarkan matriks Skew-Hadamard dan matriks konferensi simetris. Hubungan dan struktur dominasi pada hewan, pembuatan kelompok pada turnamen, pemrosesan dan transmisi citra, kode perbaikan kesalahan (*error correction codes*) pada telekomunikasi, teori pengkodean, orbit molekuler di bidang kimia, dan pembentukan deret serta perancangan blok pada matematika, mereka semua adalah contoh-contoh aplikasi yang berdasarkan matriks Hadamard. Dari sini dapat dilihat bahwa peran matriks Hadamard sangat besar di berbagai bidang. Manusia di bumi bisa melihat planet Jupiter karena citra Jupiter ditransmisikan menggunakan sistem telemetri yang dirancang menggunakan matriks ini [Seberry & Yamada 2011], [Kathy J. Horadam 2007].

Persoalan utama adalah bahwa banyak sekali matriks Skew-Hadamard yang belum ditemukan, terutama matriks-matriks yang berukuran besar. Padahal kualitas aplikasi atau sistem yang dirancang menggunakan matriks Skew-Hadamard bisa

ditingkatkan dengan penemuan matriks berukuran lebih besar. Pada masa-masa yang lalu teknologi komputasi menggunakan komputer elektronik merupakan sesuatu yang sangat mahal. Sangat wajar apabila matriks Skew-Hadamard berukuran besar sangat sulit didapatkan.

Sejak terlahir beberapa dekade silam, komputer telah mengalami banyak perubahan signifikan baik secara perangkat keras maupun secara perangkat lunak. Saat ini, komputer pribadi juga telah dilengkapi dengan lebih dari satu core prosesor dengan tujuan untuk peningkatan performansi sistem, sehingga memungkinkan eksekusi proses secara paralel di tiap core yang berbeda, seolah sebuah komputer paralel yang sederhana. Jika dipunyai puluhan, ratusan, bahkan ribuan komputer pribadi yang terhubung sehingga membentuk satu kesatuan sistem komputer yang bekerja sama, mampukah sistem itu mempermudah pencarian matriks Skew-Hadamard? Penelitian ini adalah sebuah awal dari tahapan panjang untuk mencari jawaban atas pertanyaan utama tersebut. Tujuan utama penelitian adalah mengimplementasikan pemrograman paralel untuk kalkulasi salah satu jenis matriks Skew-Hadamard. Luaran penelitian adalah sebuah prototipe program yang dapat dieksekusi secara paralel.

Penelitian bermanfaat bagi beberapa pihak, antara lain sebagai berikut. (1) Para mahasiswa peserta kuliah Sistem Operasi yang sedang mempelajari paradigma pemrograman paralel, agar mahasiswa mengetahui cara memprogram dengan paradigma paralel, dan bisa memahami perbedaan pemrograman paralel dengan pemrograman konkuren. (2) Para dosen mata kuliah Sistem Operasi, agar dosen-dosen bisa menjelaskan dengan lebih mudah melalui demo cara-cara memprogram dengan paradigma paralel. (3) Para peneliti di bidang perancangan kombinatorial, agar para peneliti tahu cara lain melakukan kalkulasi terhadap salah satu pola matriks skew-Hadamard,.

## 2. Teori Dasar

Teori dasar utama terdiri atas tiga bagian yaitu definisi matriks skew-Hadamard, struktur dan tipe data yang digunakan dalam implementasi, serta komunikasi antar komputer dalam sistem tersebar.

### Matriks Hadamard

Matriks Hadamard  $H$  berukuran  $n$  didefinisikan sebagai matriks bujur sangkar dengan elemen 1 dan -1 yang memenuhi  $HH^T = nI$ , baris-barisnya berpasangan *orthogonal*.  $I$  merupakan matriks identitas berukuran  $n$  [Seberry & Yamada 2011], [Kathy J. Horadam 2007], [Robert Craigen & Hadi Kharaghani 2007], [A. Hedayat & W.D. Wallis 1978]. Gambar 1 adalah contoh matriks Hadamard [Yustina SS 2011].



Gambar 1. Contoh Matriks Hadamard

Matriks Hadamard disebut **skew-Hadamard** jika memenuhi  $H = A + I$  dengan  $A$  adalah matriks *skew*. Sebuah matriks disebut *skew* jika negatif dari matriks tersebut sama dengan nilai *transpose* atau dinyatakan sebagai  $-A = A^T$  [Jennifer Wallis 1971, 1970]



Gambar 2. Contoh Matriks skew-Hadamard

Matriks berpola Williamson (*Williamson Array*) merupakan salah satu jenis matriks Hadamard dengan keteraturan seperti Gambar 3 [Seberry & Yamada 2011], [Hedayat & WD Wallis 1978]

$$H = \begin{matrix} & A & B & C & D \\ -B & A & D & -C & \\ -C & -D & A & B & \\ -D & C & -B & A & \end{matrix}$$

Gambar 3. Pola Williamson

Para peneliti yang tercatat mulai tahun 1970 hingga sekarang mendedikasikan diri untuk mencari matriks Hadamard antara lain S.W. Golomb, L. Baumert, Marshall Hall Jr., Jennifer Seberry Wallis [situs nomor 9], Christos Koukouvinos [situs nomor 8], Anne Penfold Street, Kathy Horadam, Rob Craigen, Hadi Kharaghani dan masih banyak lagi [Situs nomor 1, 2, 4, 5, 6, 7].

**Struct dan Pointer**

Pemilihan struktur data dan tipe-tipe data yang digunakan dalam program kalkulasi matriks sangat penting karena bisa membantu meningkatkan efisiensi eksekusi, terutama dalam penggunaan ruang (*space*) memori dalam sistem komputer. Karena program kalkulasi matriks bertujuan untuk menemukan matriks, maka struktur data yang masuk akal adalah *struct* yang dilengkapi dengan *pointer* (penunjuk ke sebuah alamat di memori berformat/bertipe data tertentu).

**Message Passing Interface**

Sistem terdistribusi (*distributed system*) adalah sistem yang terdiri atas banyak komputer tetapi tampak dari sisi pengguna sebagai satu komputer tunggal. Untuk bisa bekerja sama dalam sistem terdistribusi, komponen-komponen yang terlibat dalam sistem, yaitu komputer-komputer dalam jaringan perlu saling mengirim pesan. Berhubung setiap komputer menggunakan jenis perangkat keras dan perangkat lunak yang belum tentu sama satu dengan yang lain, maka diciptakan sebuah standard komunikasi antar komputer yang kemudian diberi nama MPI (*message passing interface*).

MPI mulai digagas pada sebuah workshop di bulan April tahun 1992, yaitu Workshop Williamsburg yang dihadiri oleh para peneliti di bidang ilmu komputer, para pengembang aplikasi, dan vendor-vendor [Barbara Chapman 2008], [William D Gropp 2008]. Vendor-vendor yang berkontribusi dalam pengembangan MPI antara lain IBM, Intel, TMC, Meiko, Cray, Convex, dan Ncube. Standard pertama MPI tercipta dua tahun kemudian yaitu pada tahun 1994. Saat ini sudah banyak implementasi MPI yang portable dan gratis untuk keperluan pemrograman paralel di tingkat cluster, seperti MPICH, LAM, dan OpenMPI. MPI terdiri atas banyak fitur/fungsi, dan digunakan dengan cara/paradigma pemrograman klasik. Untuk keperluan pemrograman paralel yang sederhana, cukup digunakan beberapa fitur MPI, sedang untuk keperluan yang lebih kompleks dapat dipakai puluhan bahkan ratusan fitur MPI. Hingga kini para peneliti masih bekerja keras untuk meningkatkan performansi MPI.

**3. Metodologi**

Metode penelitian terdiri atas dua bagian, yaitu metode pengembangan perangkat lunak dan metode eksperimen yaitu pengamatan terhadap hasil eksekusi program.

**Metode Pengembangan Perangkat Lunak**

Metode yang digunakan dalam tahap pertama adalah pengembangan perangkat lunak dengan model proses *prototyping*. Tahapan dalam model proses *prototyping* adalah sebagai berikut [Roger S. Pressman 2007].

- (1) Analisis kebutuhan perangkat lunak, yaitu tahap pemahaman persoalan, ruang lingkup, batasan, penentuan daftar fitur perangkat lunak. Luaran tahap ini berupa gambaran menyeluruh atau spesifikasi lengkap terhadap perangkat lunak yang akan dirancang.
- (2) Perancangan perangkat lunak, yaitu tahap pendekomposisian perangkat lunak menjadi modul-modul dan sub-sub modul. Dilakukan

perancangan algoritma dan struktur data untuk setiap modul dan sub modul. Luaran berupa daftar seluruh modul dan sub modul, algoritma dan struktur data untuk setiap modul dan sub modul tersebut.

- (3) Implementasi hasil rancangan ke dalam program, yaitu tahap penulisan kode program untuk setiap sub modul yang kemudian diintegrasikan ke dalam modul yang sesuai. Program ditulis dalam Bahasa C.
- (4) Pengujian, yaitu tahap menguji semua sub modul yang telah dituliskan dalam kode program. Selain pengujian terhadap sub-sub modul, dilakukan juga pengujian integrasi terhadap kumpulan sub modul.
- (5) Pengamatan hasil untuk putaran berikutnya, yaitu tahap pengamatan apakah perangkat lunak dapat berfungsi sesuai spesifikasi yang ditetapkan. Jika

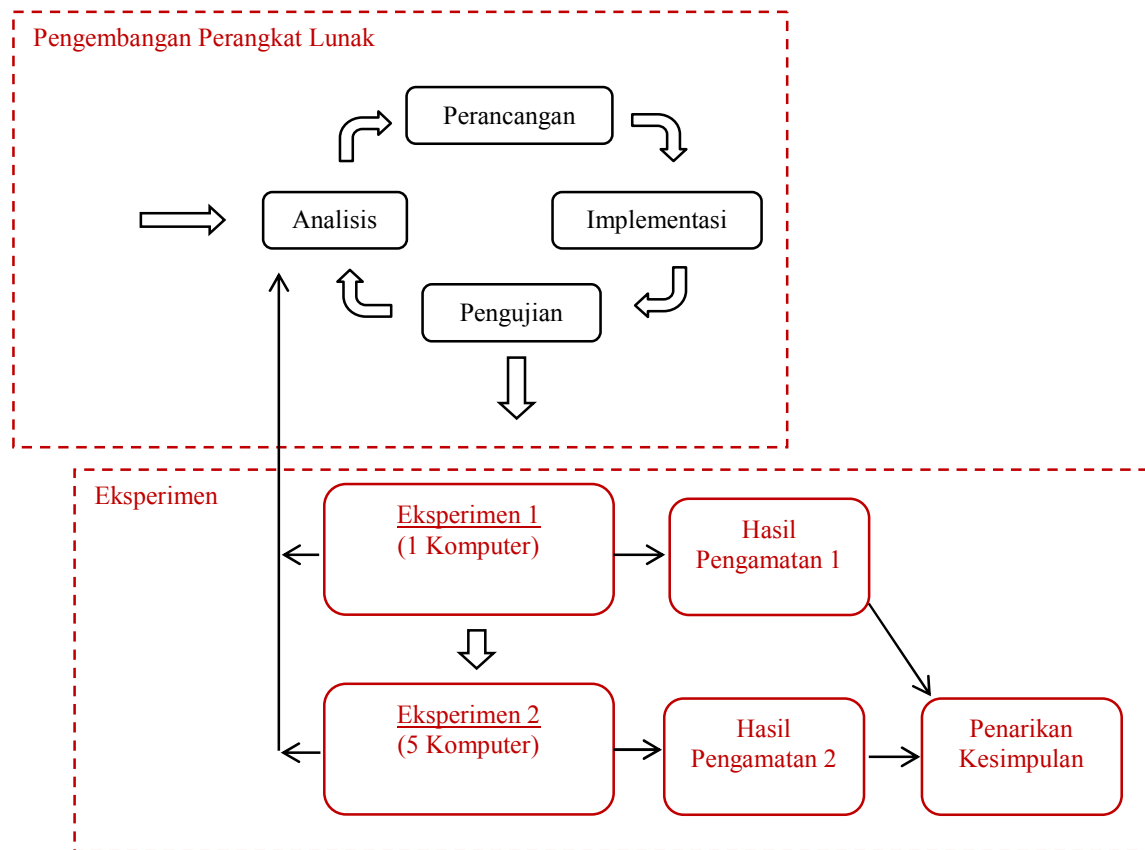
belum sesuai, maka dilakukan perbaikan sebagai masukan untuk siklus pengembangan perangkat lunak berikutnya.

#### Metode Eksperimen

Eksperimen dilakukan setelah perangkat lunak selesai dibuat. Eksperimen terdiri atas dua tahap utama

- (1) Eksperimen tahap pertama dilakukan dengan mengeksekusi program pada sebuah komputer pribadi, dengan empat program client dan satu program server.
- (2) Eksperimen tahap kedua dilakukan menggunakan lima komputer yang terhubung. Empat program client dan satu program server masing-masing dijalankan pada komputer yang berbeda.

Metode penelitian yang telah diuraikan di atas dapat dilihat pada Gambar 4.



Gambar 4. Metodologi Penelitian

#### 4. Hasil dan Pembahasan

Penelitian menghasilkan dua hal, yaitu prototipe program dalam bahasa C yang berfungsi untuk melakukan kalkulasi matriks skew-Hadamard dengan

tipe Williamson (*Williamson Array*), serta keluaran (*output*) dari program paralel tersebut (sebagai hasil kalkulasi). Arsitektur prototipe program yang telah dibuat dapat dilihat pada Gambar 5. Sedangkan output

program adalah matriks-matriks skew-Hadamard yang berhasil ditemukan. Sebagai contoh, untuk matriks order 12x12 yang tersusun dari 4 buah matriks A, B, C, D masing-masing ber-order 3x3, ditemukan 6 buah kemungkinan susunan matriks 3x3 yang memenuhi syarat. Sedangkan untuk matriks berukuran 20x20 yang tersusun dari 4 buah matriks berukuran 5x5, ditemukan 13 buah kemungkinan susunan matriks yang memenuhi syarat. Demikian juga, ditemukan 66 buah alternatif susunan matriks berukuran 7x7 yang bisa memenuhi syarat untuk penciptaan matriks skew-Hadamard berukuran 28x28.

**Tabel 1.** Jumlah Matriks yang Ditemukan

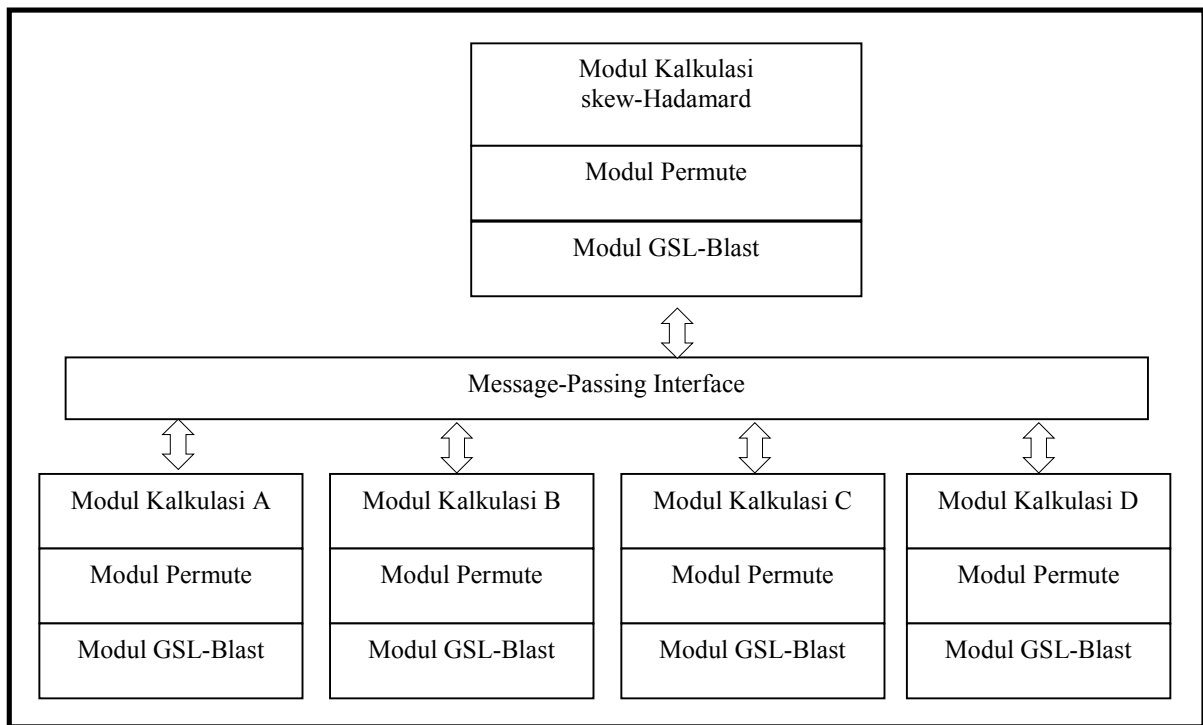
Nomor	Order Matriks Penyusun (A,B,C,D)	Jumlah Alternatif Susunan	Order Hasil Susunan
1	3x3	4	12x12
2	5x5	13	20x20
3	7x7	66	28x28

Tabel 1 dapat dijelaskan sebagai berikut.

- (1) Matriks berpola Williamson tersusun atas empat matrik yaitu, katakanlah A, B, C, D, yang

masing-masing A, B, C, D tersebut merupakan matriks bujur sangkar berelemen 3x3, 5x5, dan 7x7.

- (2) Jumlah alternatif susunan untuk A, B, C, D dengan jumlah elemen 3x3 ada 4 yang artinya terdapat 4 susunan matriks berpola Williamson yang terbentuk menjadi matriks bujur sangkar berelemen 12x12.
- (3) Demikian juga baris kedua Tabel 1 menyatakan bahwa terdapat 13 alternatif susunan matriks A, B, C, D masing-masing berelemen 5x5 yang membentuk matriks bujur sangkar berukuran 20x20 dengan pola Williamson.
- (4) Sedang pada baris ketiga disebutkan bahwa terdapat 66 alternatif susunan matriks A, B, C, D yang masing-masing berelemen 7x7 dapat membentuk matriks bujur sangkar berukuran 28x28 dengan pola Williamson.



**Gambar 6.** Arsitektur Perangkat Lunak

Sebagai contoh, ditemukan matriks A, B, C, D berelemen 3x3 masing-masing sebagai berikut.

+1 -1 +1	+1 -1 -1	+1 -1 -1	+1 +1 +1
+1 +1 -1	-1 -1 +1	-1 -1 +1	+1 +1 +1
-1 +1 +1	-1 +1 -1	-1 +1 -1	+1 +1 +1

A, B, C, D yang ditemukan merupakan hasil kalkulasi awal dari program yang dibuat. Langkah selanjutnya yang dilakukan oleh program adalah mengkalkulasi keempat matriks untuk menghasilkan matriks dengan order yang lebih besar (yaitu 12x12) dengan pola Williamson. Setelah melalui proses kalkulasi lanjut maka ditemukan bahwa keempat matriks tersebut dapat membentuk matriks berukuran 12x12 dengan pola Williamson seperti di bawah ini.

+1 -1 +1 +1 -1 -1 +1 -1 -1 +1 +1 +1
+1 +1 -1 -1 -1 +1 -1 -1 +1 +1 +1 +1
-1 +1 +1 -1 +1 -1 -1 +1 -1 +1 +1 +1
-1 +1 +1 +1 -1 +1 +1 +1 +1 -1 +1 +1
+1 +1 -1 +1 +1 -1 +1 +1 +1 +1 +1 -1
+1 -1 +1 -1 +1 +1 +1 +1 +1 +1 -1 +1
-1 +1 +1 -1 -1 -1 +1 -1 +1 +1 -1 -1
+1 +1 -1 -1 -1 -1 +1 +1 -1 -1 -1 +1
+1 -1 +1 -1 -1 -1 -1 +1 +1 -1 +1 -1
-1 -1 -1 +1 -1 -1 -1 +1 +1 +1 -1 +1
-1 -1 -1 -1 -1 +1 +1 +1 -1 +1 +1 -1
-1 -1 -1 -1 +1 -1 +1 -1 +1 -1 +1 +1

Contoh lain : kalkulasi pertama menghasilkan temuan A, B, C, D order 5x5 berikut

+1 -1 -1 +1 +1	+1 -1 +1 +1 -1	+1 -1 -1 -1 -1	+1 -1 -1 -1 -1
+1 +1 -1 -1 +1	-1 +1 +1 +1 +1	-1 -1 -1 -1 +1	-1 -1 -1 -1 +1
+1 +1 +1 -1 -1	+1 +1 -1 +1 -1	-1 -1 +1 +1 -1	-1 -1 +1 +1 -1
-1 +1 +1 +1 -1	+1 -1 +1 -1 +1	-1 -1 +1 -1 -1	-1 -1 +1 -1 -1
-1 -1 +1 +1 +1	-1 +1 -1 +1 +1	-1 +1 -1 -1 -1	-1 +1 -1 -1 -1

dan pada kalkulasi berikutnya ditemukan matriks dengan pola Williamson order 20x20 seperti ini

+1 -1 -1 +1 +1 -1 +1 +1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1
+1 +1 -1 -1 +1 -1 +1 +1 +1 -1 -1 -1 -1 +1 -1 -1
+1 +1 +1 -1 -1 +1 +1 -1 -1 -1 -1 +1 -1 -1 -1 +1
-1 +1 +1 +1 -1 +1 -1 +1 -1 -1 -1 -1 -1 +1 -1 -1
-1 -1 +1 +1 +1 -1 +1 +1 +1 -1 -1 -1 -1 +1 +1 +1
+1 -1 -1 +1 -1 +1 +1 -1 -1 -1 -1 -1 +1 +1 +1 -1
-1 -1 +1 -1 +1 +1 -1 -1 -1 -1 +1 -1 +1 +1 -1 +1
-1 +1 -1 +1 -1 -1 +1 +1 +1 -1 -1 +1 -1 +1 -1 +1
+1 -1 +1 -1 -1 -1 +1 +1 -1 -1 -1 -1 +1 -1 +1 +1
-1 +1 +1 +1 +1 -1 +1 +1 +1 -1 +1 +1 -1 +1 -1 -1
+1 +1 +1 -1 +1 +1 +1 -1 +1 +1 -1 -1 +1 -1 +1 -1
+1 +1 -1 +1 +1 +1 -1 +1 +1 -1 +1 +1 -1 -1 +1 -1
+1 -1 +1 +1 +1 -1 +1 +1 -1 -1 +1 +1 -1 -1 +1 +1
-1 +1 +1 +1 +1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 +1 +1 -1 -1 +1
+1 +1 +1 +1 -1 -1 -1 -1 +1 +1 -1 -1 +1 +1 -1 +1
+1 +1 +1 -1 +1 -1 -1 -1 -1 -1 +1 +1 -1 -1 +1 +1
+1 +1 -1 +1 +1 -1 -1 +1 -1 -1 +1 +1 -1 -1 +1 -1
+1 -1 +1 +1 +1 -1 +1 -1 -1 -1 +1 -1 -1 -1 +1 +1

Contoh lebih lanjut adalah salah satu temuan untuk matriks A, B, C, D order 7x7

+1 -1 -1 -1 +1 +1 +1
+1 +1 -1 -1 -1 +1 +1
+1 +1 +1 -1 -1 -1 +1
+1 +1 +1 -1 -1 -1 -1
-1 +1 +1 +1 +1 -1 -1
-1 -1 +1 +1 +1 +1 -1
-1 -1 -1 +1 +1 +1 +1
+1 -1 -1 +1 +1 +1 +1
+1 -1 -1 -1 -1 -1 -1
-1 -1 -1 -1 -1 -1 +1
-1 -1 -1 -1 -1 +1 -1
-1 -1 -1 -1 +1 -1 -1
-1 -1 -1 +1 -1 -1 -1

-1 -1 +1 -1 -1 -1 -1
-1 +1 -1 -1 -1 -1 -1
+1 -1 -1 +1 +1 -1 -1
-1 -1 +1 +1 -1 -1 +1
-1 +1 +1 -1 -1 +1 -1
+1 +1 -1 -1 +1 -1 -1
+1 -1 -1 +1 -1 -1 +1
-1 -1 +1 -1 -1 +1 +1
-1 +1 -1 -1 +1 +1 -1
+1 -1 +1 -1 -1 +1 -1
-1 +1 -1 -1 +1 -1 +1
+1 -1 -1 +1 -1 +1 -1
-1 -1 +1 -1 +1 -1 +1
+1 -1 +1 -1 +1 -1 -1
-1 +1 -1 -1 +1 -1 +1
-1 -1 -1 +1 -1 +1 -1
-1 +1 -1 -1 +1 -1 -1

Hasil kalkulasi lebih lanjut membuktikan bahwa keempat matriks tersebut dapat membentuk matriks berpola Williamson order 28x28 berikut.

+1 -1 -1 -1 +1 +1 +1 -1 -1 -1 -1 -1 +1 -1 -1 +1 +1 -1 -1 +1 -1 -1 +1 -1
+1 +1 -1 -1 -1 +1 +1 -1 -1 -1 -1 -1 +1 -1 -1 +1 +1 -1 -1 +1 -1 -1 +1 -1
+1 +1 +1 -1 -1 +1 +1 -1 -1 -1 -1 -1 +1 -1 -1 +1 +1 -1 -1 +1 -1 -1 +1 -1
+1 +1 +1 +1 -1 -1 +1 +1 -1 -1 -1 -1 +1 -1 -1 +1 +1 -1 -1 +1 -1 -1 +1 -1
+1 +1 +1 -1 -1 +1 +1 -1 -1 -1 -1 -1 +1 -1 -1 +1 +1 -1 -1 +1 -1 -1 +1 -1
+1 +1 +1 -1 +1 +1 -1 -1 -1 -1 -1 +1 -1 -1 +1 +1 -1 -1 +1 -1 -1 +1 -1
+1 +1 +1 -1 +1 +1 -1 -1 -1 -1 -1 +1 -1 -1 +1 +1 -1 -1 +1 -1 -1 +1 -1
+1 +1 +1 -1 +1 +1 -1 -1 -1 -1 -1 +1 -1 -1 +1 +1 -1 -1 +1 -1 -1 +1 -1
+1 +1 +1 -1 +1 +1 -1 -1 -1 -1 -1 +1 -1 -1 +1 +1 -1 -1 +1 -1 -1 +1 -1
+1 +1 +1 -1 +1 +1 -1 -1 -1 -1 -1 +1 -1 -1 +1 +1 -1 -1 +1 -1 -1 +1 -1
+1 +1 +1 -1 +1 +1 -1 -1 -1 -1 -1 +1 -1 -1 +1 +1 -1 -1 +1 -1 -1 +1 -1
+1 +1 +1 -1 +1 +1 -1 -1 -1 -1 -1 +1 -1 -1 +1 +1 -1 -1 +1 -1 -1 +1 -1
+1 +1 +1 -1 +1 +1 -1 -1 -1 -1 -1 +1 -1 -1 +1 +1 -1 -1 +1 -1 -1 +1 -1
+1 +1 +1 -1 +1 +1 -1 -1 -1 -1 -1 +1 -1 -1 +1 +1 -1 -1 +1 -1 -1 +1 -1
+1 +1 +1 -1 +1 +1 -1 -1 -1 -1 -1 +1 -1 -1 +1 +1 -1 -1 +1 -1 -1 +1 -1
+1 +1 +1 -1 +1 +1 -1 -1 -1 -1 -1 +1 -1 -1 +1 +1 -1 -1 +1 -1 -1 +1 -1
+1 +1 +1 -1 +1 +1 -1 -1 -1 -1 -1 +1 -1 -1 +1 +1 -1 -1 +1 -1 -1 +1 -1
+1 +1 +1 -1 +1 +1 -1 -1 -1 -1 -1 +1 -1 -1 +1 +1 -1 -1 +1 -1 -1 +1 -1
+1 +1 +1 -1 +1 +1 -1 -1 -1 -1 -1 +1 -1 -1 +1 +1 -1 -1 +1 -1 -1 +1 -1
+1 +1 +1 -1 +1 +1 -1 -1 -1 -1 -1 +1 -1 -1 +1 +1 -1 -1 +1 -1 -1 +1 -1
+1 +1 +1 -1 +1 +1 -1 -1 -1 -1 -1 +1 -1 -1 +1 +1 -1 -1 +1 -1 -1 +1 -1
+1 +1 +1 -1 +1 +1 -1 -1 -1 -1 -1 +1 -1 -1 +1 +1 -1 -1 +1 -1 -1 +1 -1
+1 +1 +1 -1 +1 +1 -1 -1 -1 -1 -1 +1 -1 -1 +1 +1 -1 -1 +1 -1 -1 +1 -1
+1 +1 +1 -1 +1 +1 -1 -1 -1 -1 -1 +1 -1 -1 +1 +1 -1 -1 +1 -1 -1 +1 -1
+1 +1 +1 -1 +1 +1 -1 -1 -1 -1 -1 +1 -1 -1 +1 +1 -1 -1 +1 -1 -1 +1 -1
+1 +1 +1 -1 +1 +1 -1 -1 -1 -1 -1 +1 -1 -1 +1 +1 -1 -1 +1 -1 -1 +1 -1
+1 +1 +1 -1 +1 +1 -1 -1 -1 -1 -1 +1 -1 -1 +1 +1 -1 -1 +1 -1 -1 +1 -1
+1 +1 +1 -1 +1 +1 -1 -1 -1 -1 -1 +1 -1 -1 +1 +1 -1 -1 +1 -1 -1 +1 -1
+1 +1 +1 -1 +1 +1 -1 -1 -1 -1 -1 +1 -1 -1 +1 +1 -1 -1 +1 -1 -1 +1 -1

Jumlah seluruh alternatif susunan A, B, C, D yang berhasil membentuk matriks Williamson mulai dari order 3x3 hingga order 7x7 yang telah dikalkulasi, disimpan dan dirangkum dalam Tabel 1.

## 5. Kesimpulan

Penelitian menghasilkan kesimpulan berikut.

- (1) Prototipe program dengan arsitektur paralel untuk kalkulasi matriks skew-Hadamard berhasil dikembangkan dan dapat digunakan untuk mengkalkulasi matriks berpola Williamson hingga order 28x28.
- (2) Program dapat dieksekusi (*running*) baik di satu komputer maupun di beberapa komputer yang terhubung melalui jaringan komputer sehingga eksekusi dilakukan secara paralel
- (3) Melalui eksekusi program, telah ditemukan 4 kemungkinan susunan matriks berukuran 3x3, 13 kemungkinan susunan matriks berukuran 5x5, dan 66 kemungkinan susunan matriks berukuran 7x7 untuk menghasilkan matriks skew-Hadamard berukuran masing-masing 12x12, 20x20, dan 28x28.

Adapun saran yang dapat diajukan kepada para peneliti yang akan melanjutkan kalkulasi ini adalah percobaan menggunakan *super computer* atau HPC

(*high performance computer*) untuk mendapatkan jumlah *cores* prosesor yang cukup memadai sehingga mempercepat proses kalkulasi.

#### Ucapan Terima Kasih

Kepada yang terhormat

- (1) Panitia Hibah Penelitian Dosen Pemula Direktorat Jenderal Pendidikan Tinggi (DIKTI) yang telah membantu mendanai penelitian ini dalam tahun anggaran 2013.
- (2) LP3M Institut Teknologi Indonesia Divisi Penelitian yang memfasilitasi proses seleksi dan pencairan dana sekaligus sebagai penyelenggara seminar dan Jurnal IPTEK ITI.
- (3) Ketua Program Studi Teknik Informatika ITI dan rekan-rekan dosen dan karyawan yang membantu pelaksanaan penelitian hingga selesai.

#### Daftar Pustaka

- [1] Jennifer Seberry, Mieko Yamada, (2011), (1992), *Hadamard Matrices, Sequences, and Block Design*, A Chapter of Contemporary Design Theory : A Collection of Surveys, John Wiley and Sons, 1992 reprinted 2011
- [2] Yustina Sri Suharni, (2011), *On Calculating skew-Hadamard Matrices*, Departemen Matematika dan Geospasial, Royal Melbourne Institute of Technology (RMIT), Melbourne, Victoria (<http://rmit.edu.au/iwhma>)
- [3] A. Lastovetsky et al. (Eds.): *Recent Advances in Parallel Virtual Machine and Message Passing Interface*, 15th European PVM/MPI Users' Group Meeting Dublin, Ireland, September 7-10, 2008 Proceedings
- [4] Barbara Chapman, *Managing Multicore with OpenMP*, A Chapter of EuroPVM/MPI 2008, LNCS 5205, pp. 3-4, 2008. Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2008
- [5] William D. Gropp, *MPI and Hybrid Programming Models for Petascale Computing*, A Chapter of EuroPVM/MPI 2008, LNCS 5205, pp. 6-7, 2008, Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2008
- [6] S.S. Aghaian, (2008), (1985), *Hadamard Matrices and Applications*, Lecture Notes on Mathematics, Springer-Verlag, 1985 reprinted 2008
- [7] Kathy J. Horadam, (2007), *Hadamard Matrices and Applications*, Princeton University Press, 2007
- [8] Robert Craigen, Hadi Kharaghani, (2007) *Hadamard Matrices and Related Designs*, A Chapter of the Handbook of Combinatorial Designs 2<sup>nd</sup> Ed, Chapman & Hall / CRC Press, 2007, page 273-321
- [9] Roderick J. Fletcher, Christos Koukouvinos, Jennifer Seberry, "New Skew-Hadamard Matrices of Order  $4*59$  and new D-Optimal Design of Order  $2*59$ ", *Discrete Mathematics* 286 (2004): 251-253, [www.elsevier.com/locate/disc](http://www.elsevier.com/locate/disc)
- [10] A. Hedayat, W.D. Wallis, (1978), *Hadamard Matrices and Their Applications*, The Annals of Statistics Vol. 6. No. 6, page 1184-1238, Institute of Mathematical Statistics, 1978
- [11] Jennifer Wallis, "A Skew-Hadamard matrix of order 92", *Bulletin of Australian Mathematics Society* Vol. 5 (1971) : 203-204.
- [12] Jennifer Wallis, (1970), *Combinatorial Matrices*, PhD Thesis, Department of Mathematics, La Trobe University, March 1970
- [13] Leonard Baumert, S.W. Golomb and Marshall Hall, Jr , 1962, "Discovery of an Hadamard matrix of order 92", *Bulletin of American Mathematics Society* 68 (1962) : 237-238
- [14] Magma Computational Algebra System, Computational Algebra Group, School of Mathematics and Statistics, University of Sydney, 2010-2015, (<http://magma.maths.usyd.edu.au/magma/>, diakses April 2013)
- [15] Australian Mathematic Trust, 2007, (<http://www.amt.edu.au/bhnstreet.html>, diakses April 2013)
- [16] Department of Mathematics, National Technical University of Athens, 2009, (<http://www.math.ntua.gr/ckoukouv/>, diakses April 2013)